

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 05:50 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous propose de découvrir son énoncé, sa démonstration, ses applications et quelques exemples concrets.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (les jambes).

Si on note a et b les longueurs des jambes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation permet de calculer la longueur d'un côté si l'on connaît les deux autres.

2. Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de jambes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions, on obtient : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où **$a^2 + b^2 = c^2$** .

3. Applications

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Géométrie** : calcul de distances inaccessibles, construction de figures.
- **Physique** : calcul de la norme d'un vecteur, décomposition de forces.
- **Navigation** : calcul de distances entre deux points sur une carte.
- **Architecture** : vérification de l'équerrage d'un mur ou d'une charpente.

4. Exemples

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

Exemple 2 : Calcul d'une jambe

Soit un triangle rectangle avec $c = 13$ cm et $a = 5$ cm. Calculons b .

$$b^2 = c^2 - a^2 = 169 - 25 = 144, \text{ donc } b = 12 \text{ cm.}$$

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Vérifions si $6^2 + 8^2 = 10^2$.

$36 + 64 = 100$, et $10^2 = 100$. L'égalité est vraie, donc le triangle est rectangle.

5. Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si l'égalité n'est pas vérifiée, le triangle n'est pas rectangle.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques et dans de nombreuses applications pratiques. Sa simplicité et son efficacité en font l'un des premiers théorèmes étudiés et l'un des plus utiles. Maîtriser ce théorème ouvre la porte à des concepts plus avancés comme la trigonométrie ou la géométrie analytique.