

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 20:15 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème doit son nom au mathématicien grec Pythagore, bien qu'il ait été découvert indépendamment par d'autres civilisations bien avant lui. Dans ce cours, nous allons explorer l'énoncé du théorème, sa réciproque, quelques applications et des exemples concrets.

Énoncé du théorème

Le théorème de Pythagore s'énonce comme suit :

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit ; c'est aussi le plus long côté du triangle rectangle. Si l'on note a et b les longueurs des deux côtés de l'angle droit et c la longueur de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation permet de calculer la longueur d'un côté si l'on connaît les deux autres.

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un triangle rectangle de côtés a , b et c (avec c l'hypoténuse). Construisons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur de ce carré, plaçons quatre copies du triangle rectangle de telle sorte qu'elles forment un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a + b)^2$. Elle est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central :

$$(a + b)^2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + c^2$$

En développant : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$.

En simplifiant par $2ab$, on obtient : $a^2 + b^2 = c^2$.

Ainsi, le théorème est démontré.

Réciproque du théorème

La réciproque du théorème de Pythagore est également très utile :

Si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

Autrement dit, si $a^2 + b^2 = c^2$ dans un triangle de côtés a , b , c (avec c le plus grand), alors le triangle est rectangle en le sommet opposé à c .

Cette réciproque permet de vérifier si un triangle est rectangle connaissant les longueurs de ses trois côtés.

Exemples d'application

Exemple 1 : Soit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. Quelle est la longueur de l'hypoténuse ?

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Donc $c = 5$ cm.

Exemple 2 : Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Est-il rectangle ?

On calcule : $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ et $10^2 = 100$. On a bien égalité, donc d'après la réciproque, le triangle est rectangle.

Exemple 3 : Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit connaissant l'hypoténuse et l'autre côté.

Supposons $c = 13$ cm et $a = 5$ cm. On cherche b . On a $a^2 + b^2 = c^2$, donc $b^2 = c^2 - a^2 = 169 - 25 = 144$, d'où $b = 12$ cm.

Applications pratiques

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Architecture et construction :** pour vérifier qu'un angle est droit (méthode du 3-4-5).
- **Navigation :** pour calculer des distances.
- **Informatique :** en infographie, pour calculer des distances entre points.
- **Physique :** pour décomposer des forces ou des vitesses.

Par exemple, pour s'assurer qu'un mur est bien perpendiculaire au sol, on peut mesurer 3 unités sur le mur, 4 unités sur le sol et vérifier que la distance entre les deux extrémités est de 5 unités.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il permet de relier les longueurs des côtés d'un triangle rectangle et possède de nombreuses applications pratiques. Sa réciproque permet de caractériser les triangles rectangles. Il est donc important de bien maîtriser ce théorème et de savoir l'utiliser dans divers contextes.

Document créé par Kalanso App — 22/09/2026 20:15 — Disponible sur Playstore - App