

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 14:50 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème doit son nom au mathématicien grec Pythagore, bien que des preuves de sa connaissance apparaissent dans des civilisations antérieures, comme en Mésopotamie et en Égypte. Dans ce cours, nous allons explorer son énoncé, sa réciproque, des exemples d'application et quelques démonstrations.

1. Énoncé du théorème

Le théorème de Pythagore s'énonce ainsi :

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si on note a et b les longueurs des côtés de l'angle droit et c la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit), alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation permet de calculer la longueur d'un côté si l'on connaît les deux autres.

2. Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie :

Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

Elle permet de démontrer qu'un triangle est rectangle connaissant les longueurs de ses trois côtés.

La contraposée est utile pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si $a^2 + b^2 \neq c^2$ (où c est le plus grand côté), alors le triangle n'est pas rectangle.

3. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons l'hypoténuse c .

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm.

Exemple 2 : Calcul d'un côté de l'angle droit

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm et un côté de l'angle droit mesure 5 cm. Calculons l'autre côté b .

On a : $5^2 + b^2 = 13^2$, donc $25 + b^2 = 169$, d'où $b^2 = 144$ et $b = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 7 cm, 24 cm et 25 cm. Est-il rectangle ?

On calcule : $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$. Et $25^2 = 625$. Comme $7^2 + 24^2 = 25^2$, d'après la réciproque, le triangle est rectangle.

4. Démonstration du théorème

Il existe de nombreuses démonstrations. Voici une démonstration classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a + b)$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de côtés a , b et c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Cette aire est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Ceci prouve le théorème.

5. Applications et importance

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Géométrie** : calcul de distances, construction de perpendiculaires.
- **Trigonométrie** : il permet de définir le sinus, cosinus et tangente.
- **Physique** : calcul de vecteurs, de forces.
- **Informatique** : calcul de distances entre points dans un plan.
- **Navigation** : détermination de distances.

Il existe des triplets pythagoriciens, c'est-à-dire des triplets d'entiers (a, b, c) tels que $a^2 + b^2 = c^2$. Par exemple (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17). Ces triplets sont utilisés pour construire des angles droits.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de longueurs dans les triangles rectangles et possède des applications pratiques variées. Sa réciproque offre un critère simple pour reconnaître un triangle rectangle. Maîtriser ce théorème est indispensable pour poursuivre en géométrie et en trigonométrie.

Document créé par Kalanso App — 22/09/2026 14:50 — Disponible sur Playstore - App