

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 23/09/2026 01:25 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème, attribué au mathématicien grec Pythagore (VI^e siècle av. J.-C.), est encore aujourd'hui essentiel en géométrie, en trigonométrie et dans de nombreuses applications pratiques.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation permet de calculer la longueur d'un côté si l'on connaît les deux autres.

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, on place quatre triangles rectangles identiques, chacun ayant pour cathètes a et b , et pour hypoténuse c . Ces quatre triangles sont disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Cette aire est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central :

- Aire des quatre triangles : $4 \times (1/2 \times a \times b) = 2ab$
- Aire du carré central : c^2

Donc : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Ainsi, le théorème est démontré.

Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Si $c = 13$ cm et $a = 5$ cm, alors $b^2 = c^2 - a^2 = 169 - 25 = 144$, donc $b = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 7 cm, 24 cm et 25 cm. Vérifions si $7^2 + 24^2 = 25^2$.

$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$ et $25^2 = 625$. L'égalité est vérifiée, donc le triangle est rectangle.

Réciproque du théorème

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

Cette réciproque permet de démontrer qu'un triangle est rectangle sans avoir à mesurer d'angle.

Applications pratiques

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Architecture et construction** : pour vérifier l'équerrage d'un mur ou calculer des distances diagonales.
- **Navigation** : pour calculer des distances entre deux points.
- **Informatique** : en infographie pour calculer des distances entre pixels.
- **Physique** : pour décomposer des forces ou des vitesses.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil fondamental en mathématiques. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de géométrie et possède des applications concrètes dans la vie courante. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus enseignés et les plus utilisés. Maîtriser ce théorème et sa réciproque est essentiel pour progresser en mathématiques et dans les sciences appliquées.

