

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 21/09/2026 23:10 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il porte le nom du mathématicien grec Pythagore (VI^e siècle av. J.-C.), bien que des preuves de sa connaissance apparaissent dans des civilisations antérieures, comme en Mésopotamie. Ce théorème établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si l'on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit), alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

L'hypoténuse est toujours le côté le plus long d'un triangle rectangle, car elle est opposée à l'angle droit (le plus grand angle).

Démonstration visuelle

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. La plus classique utilise des aires de carrés.

Considérons un triangle rectangle de côtés a , b et c . Construisons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, plaçons quatre copies du triangle rectangle, disposées de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant ces deux expressions, on obtient : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm.

On retrouve le fameux triplet pythagoricien (3, 4, 5).

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Soit un triangle rectangle avec $c = 13$ cm et $a = 5$ cm. Calculons b .

On a : $b^2 = c^2 - a^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$. Donc $b = \sqrt{144} = 12$ cm.

Autre triplet pythagoricien : (5, 12, 13).

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 7 cm, 24 cm et 25 cm. Est-il rectangle ?

On calcule : $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$. Et $25^2 = 625$. Donc l'égalité est vérifiée, le triangle est rectangle.

Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si l'égalité n'est pas vérifiée, alors le triangle n'est pas rectangle.

Applications et prolongements

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Géométrie** : calcul de distances, construction de perpendiculaires.
- **Physique** : calcul de la norme d'un vecteur, décomposition de forces.
- **Navigation** : calcul de distances entre deux points.
- **Informatique** : calcul de distances dans un espace à deux ou trois dimensions.

Il existe une généralisation à d'autres figures : si l'on construit des figures semblables sur les côtés d'un triangle rectangle, l'aire de la figure sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des figures sur les cathètes.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un pilier des mathématiques. Sa simplicité et son utilité en font un outil incontournable pour résoudre des problèmes de distances et de géométrie. Sa démonstration, accessible, illustre la puissance du raisonnement mathématique. Que ce soit pour calculer une longueur inconnue ou pour vérifier la nature d'un triangle, ce théorème reste essentiel pour les élèves et les scientifiques.

Document créé par Kalanso App — 21/09/2026 23:10 — Disponible sur Playstore - App