

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 08:30 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore, bien qu'il ait été connu de plusieurs civilisations anciennes. Dans ce cours, nous allons explorer son énoncé, sa démonstration, ses applications et quelques exemples.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation est valable uniquement pour les triangles rectangles. Elle permet de calculer la longueur d'un côté si l'on connaît les deux autres.

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Cette aire est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central :

$$4 \times (1/2 ab) + c^2 = 2ab + c^2.$$

En égalant les deux expressions :

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2,$$

$$\text{d'où } a^2 + b^2 = c^2.$$

Ainsi, le théorème est démontré.

Applications et exemples

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines : architecture, navigation, physique, etc. Voici quelques exemples.

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Si $c = 13$ cm et $a = 5$ cm, alors $b^2 = c^2 - a^2 = 169 - 25 = 144$, donc $b = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Vérifions si $6^2 + 8^2 = 10^2$: $36 + 64 = 100$, donc oui, le triangle est rectangle.

Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si $a^2 + b^2 \neq c^2$, alors le triangle n'est pas rectangle.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de longueurs et de distances. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus enseignés dans le monde. Maîtriser ce théorème ouvre la porte à des concepts plus avancés comme la trigonométrie ou la géométrie analytique.