

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 00:55 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous présentera l'énoncé du théorème, sa réciproque, des exemples d'application et quelques démonstrations.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Soit un triangle ABC rectangle en A. Alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Ici, BC est l'hypoténuse, AB et AC sont les cathètes.

2. Réciproque du théorème

La réciproque est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

Autrement dit, si dans un triangle ABC, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est rectangle en A.

3. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle en A avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm. Calculons BC.

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

Donc $BC = \sqrt{25} = 5$ cm.

Exemple 2 : Calcul d'un côté de l'angle droit

Soit un triangle rectangle en A avec $BC = 13$ cm et $AB = 5$ cm. Calculons AC.

On a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$13^2 = 5^2 + AC^2$$

$$169 = 25 + AC^2$$

$$AC^2 = 169 - 25 = 144$$

Donc $AC = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Est-il rectangle ?

Le plus grand côté est 10 cm. Calculons :

$$10^2 = 100 \text{ et } 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

Comme $10^2 = 6^2 + 8^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle.

4. Démonstrations

Il existe de nombreuses démonstrations du théorème de Pythagore. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a + b)$. À l'intérieur, on place quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b , disposés de manière à former un carré central de côté c (l'hypoténuse). L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions, on obtient :

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

D'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Cette démonstration est attribuée à Pythagore, mais elle était probablement connue des Babyloniens bien avant.

5. Applications et importance

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- En géométrie pour calculer des distances.
- En trigonométrie pour définir le sinus, le cosinus et la tangente.
- En physique pour calculer des vecteurs, des forces, etc.
- Dans la vie courante pour vérifier des angles droits (par exemple, la méthode du 3-4-5).

Il est aussi à la base de la formule de la distance entre deux points dans un repère orthonormé : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de longueurs dans les triangles rectangles et de vérifier si un triangle est rectangle. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants de la géométrie.

Document créé par Kalanso App — 22/09/2026 00:55 — Disponible sur Playstore - App