

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 21/09/2026 19:40 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous fera découvrir son énoncé, sa réciproque, ainsi que quelques applications.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore (VI^e siècle av. J.-C.), bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations anciennes.

2. Exemples d'application

Considérons un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons la longueur de l'hypoténuse.

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm.

Inversement, si l'hypoténuse mesure 13 cm et un cathète 5 cm, on peut trouver l'autre cathète : $b^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, donc $b = 12$ cm.

Voici un tableau récapitulatif de quelques triplets pythagoriciens (triplets d'entiers vérifiant la relation) :

a	b	c
3	4	5
5	12	13
8	15	17
7	24	25

3. Réciproque du théorème

La réciproque est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

Par exemple, un triangle dont les côtés mesurent 9 cm, 12 cm et 15 cm est rectangle car $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2$.

Cette réciproque permet de démontrer qu'un triangle est rectangle sans avoir à mesurer d'angle.

4. Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations. En voici une simple utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a+b)$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de sorte que leurs hypoténuses forment un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Cette aire est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Cette démonstration élégante est souvent attribuée à Pythagore lui-même.

5. Applications et conclusion

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines : calcul de distances, architecture, navigation, informatique (calcul de normes), etc. Par exemple, pour

trouver la distance entre deux points dans un plan cartésien, on utilise la formule $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$, qui découle directement du théorème.

En résumé, le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il permet de calculer des longueurs dans un triangle rectangle et de caractériser les triangles rectangles. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants des mathématiques.