

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 10:15 creat by Kalanso App

Le théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous présentera l'énoncé du théorème, sa réciproque, des exemples d'application et quelques démonstrations.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit ; c'est aussi le plus long côté du triangle rectangle.

2. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons la longueur de l'hypoténuse.

D'après le théorème de Pythagore :

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm .

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm et un cathète mesure 5 cm. Quelle est la longueur de l'autre cathète ?

On a :

$$a^2 + 5^2 = 13^2$$

$$a^2 + 25 = 169$$

$$a^2 = 169 - 25 = 144$$

$$a = \sqrt{144} = 12 \text{ cm} .$$

3. Réciproque du théorème de Pythagore

La réciproque du théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle. Elle s'énonce ainsi :

Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et son angle droit est opposé au plus grand côté.

Exemple : Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Vérifions s'il est rectangle.

Le plus grand côté est 10 cm. Calculons :

$$10^2 = 100 \text{ et } 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 .$$

On a bien $10^2 = 6^2 + 8^2$, donc le triangle est rectangle.

4. Démonstrations

Il existe de nombreuses démonstrations du théorème de Pythagore. En voici une utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions :

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

D'où, en simplifiant : $a^2 + b^2 = c^2$.

Cette démonstration est attribuée à Pythagore, bien que le théorème était connu des Babyloniens bien avant lui.

5. Applications et conclusion

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines : architecture, navigation, informatique (calcul de distances), etc. Il permet de calculer des longueurs inaccessibles et de vérifier des perpendicularités.

En résumé, le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il relie les côtés d'un triangle rectangle et sa réciproque permet de caractériser les triangles rectangles. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants des mathématiques.

